APELLIDOS : . . . . Inicial 1er apellido

NOMBRE: . . . . GRUPO: . . .

Examen extraordinario, Grupos A, B y C MÉTODOS MATEMÁTICOS II (24-6-2019)

Justifica tus respuestas (Tiempo: Tres horas)

1.- (2 puntos) Clasifica en función de α y halla las soluciones del sistema de ecuaciones lineales $M \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ para el caso compatible indeterminado, siendo M la matriz

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ -2 & \alpha+1 & 2 \\ -3 & \alpha-1 & \alpha \end{pmatrix}$$

2.- (2 puntos) En $\mathbf{R}^4$ consideramos los subespacios vectoriales

$$V = \mathcal{L}\{(1,-1,2,1);(-1,2,-3,-2);(-1,2,-1,-2)\}, \quad W = \{\,(x,y,z,t)|\ x+y+z=0\}\,.$$

a) Halla una base y unas ecuaciones implícitas para V .
b) Halla los valores de m para los cuales el vector $(0,2,2,m^2-3)$ pertenece a V
c) Halla una base y unas ecuaciones implícitas para el subespacio vectorial $V \cap W$.
d) Halla una base y unas ecuaciones implícitas para el subespacio vectorial $V + W$.

3.- (2 puntos) Consideramos la aplicación lineal $f : \mathbf{R^3} \mapsto \mathbf{R^2}$, que respecto a las bases canónicas viene dada por $f(x_1,x_2,x_3) = (x_1+x_2-x_3, x_2-x_3)$

a) Halla la matriz M de f respecto de las bases canónicas.
b) ¿Es f inyectiva?, ¿Es f sobreyectiva?. Razona las respuestas.
c) Halla una base de $f(U)$, siendo $U = \{(x_1,x_2,x_3)/x_1-x_2-x_3=0\}$.
d) Obtén la matriz asociada a f respecto de las bases $B_3' = \{(1,0,-1),(0,1,-1),(0,1,0)\}$ y $B_2' = \{(0,-1),(1,1)\}$

4.- (2 puntos) Sean $a,b \in \mathbf{R}\setminus\{0\}$. Estudia para qué valores de a y b es invertible la siguiente matriz A. Para estos casos, calcula $|A|$, $|A^{-1}|$ y A^{-1}, siempre usando solo las propiedades de los determinantes.

$$A = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ 0 & a & b \\ b & 0 & a \end{pmatrix}.$$

5.- (2 puntos) Sea $B = \{\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3,\vec{v}_4\}$ una base del espacio V y sea g el endomorfismo de V, $g : V \longrightarrow V$ tal que

$$g(\vec{v}_1) = 2\vec{v}_1, \quad g(\vec{v}_3) = 2\vec{v}_3, \quad Ker(g) = \mathcal{L}\{\vec{v}_1+\vec{v}_2, \vec{v}_3+\vec{v}_4-\vec{v}_1\}$$

a) Halla la matriz de g respecto de la base dada.
b) Halla los autovectores y autovalores de g
c) Indica cómo obtener la expresión en la base B de $g^n = g\circ g\circ\cdots\circ g$